

Kinematik: geometrische Beschreibung eines Körpers und seiner Bewegung

Dynamik: Ursachen der Bewegungen

Translation: Bewegung entlang Bahnkurve Rotation: Drehung um eine Achse

Bewegungen werden immer relativ zu einem Beobachter beschrieben; dieser definiert Koordinatensystem und Ursprung.

Newton'sche Axiome:

1. Trägheitsprinzip $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \dot{\vec{v}} = \vec{0}$

2. Aktionsprinzip $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

3. Reaktionsprinzip $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ Actio = Reactio

Anziehung von Massen: $F_{1,2} = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} \vec{r}_e$ Gravitationskonstante: $\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$

Anziehung von Ladungen: $F_{1,2} = k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \vec{r}_e$ Coulomb-Konstante: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 8.988 \cdot 10^9 \frac{Vm}{As}$

Keplersche Gesetze:

1. Planetenbahnen sind ellipsenförmig mit der Sonne in einem Brennpunkt (=Schwerpunkt)
2. Radiusvektor überstreicht in der gleichen Zeit die gleiche Fläche ($A_1 = A_2$)
3. $(\frac{T_1}{T_2})^2 = (\frac{a_1}{a_2})^3$ mit T = Umlaufzeit, a =großer Halbachse

Leistung: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

Energiesatz der Mechanik: $E_p(r_0) + E_{kin}(r_0) = E_p(r_1) + E_{kin}(r_1) = \text{konstant}$

Massenschwerpunkt: $\vec{r}_s = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i}$; reduzierte Masse(n=2): $\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$

Stöße - Energiesatz: $\frac{(\vec{p}_1)^2}{2m_1} + \frac{(\vec{p}_2)^2}{2m_2} = \frac{(\vec{p}_1)^2}{2m_1} + \frac{(\vec{p}_2)^2}{2m_2} + Q$ Q = innere Energie

Solange keine Kräfte von außen in ein System einwirken, bleiben die Gesamtenergie und der Gesamtimpuls gleich.

Massedichte eines Volumenelements: $\rho_i = \left[\frac{kg}{m^3} \right]$; $V = \sum_i \Delta v_i$; $M = \int_V \rho dV$.

Braucht man sechs Koordinaten (3 Orts- und 3 Rotationskoordinaten) zur Beschreibung der Bewegung eines Körpers, so hat der Körper sechs **Freiheitsgrade**.

Für den Schwerpunkt homogener Körper (konstante Dichte): $\vec{r}_s = \frac{1}{V} \int_V r dV$.

Drehmoment: $\vec{D}_s = (\vec{r}_{is} \times \vec{F})$ (mit \vec{r}_{is} dem Radiusvektor vom Schwerpunkt zum Kraftangriffspunkt, \vec{F} der angreifenden Kraft.)

Winkelgeschwindigkeit: $\vec{\omega}$; Drehimpuls: $\vec{L} = I\vec{\omega}$; Trägheitsmoment: $I = \int_V r_{\perp}^2 \rho dV$; Rotationsenergie: $E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$

Steinersche Satz: das Trägheitsmoment eines starren Körpers bezüglich einer beliebigen Drehachse lässt sich als Summe des Trägheitsmoments eines Massepunktes mit der Masse des Körpers am Schwerpunkt und dem Trägheitsmoment bezüglich einer zur Drehachse parallelen Achse bestimmen:

$I_B = I_A + a^2 M$ (a der Abstand vom Schwerpunkt zur Drehachse, A Drehachse im Schwerpunkt, B zu A parallele Achse, um die sich der Körper dreht.)

$E_{Gesamt} = E_{kin} + E_{rot} + E_{pot}$

Translation \Leftrightarrow Rotation

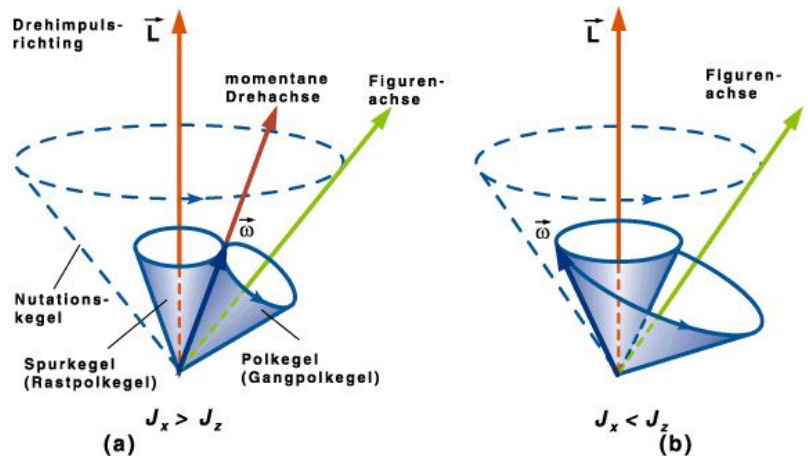
| lineare Bewegung | Rotationsbewegung |
|---|---|
| Ortskoordinate x, \vec{r} | Drehwinkel φ |
| Geschwindigkeit $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ | Winkelgeschwindigkeit $\omega = \dot{\varphi}$ |
| Beschleunigung $\vec{a} = \dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}}$ | Winkelbeschleunigung $\dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ |
| Masse m | Trägheitsmoment I |
| Kraft $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ | Drehmoment $\vec{D} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ |
| lineare Impuls $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ | Drehimpuls $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$ |
| Translationsenergie $E_{kin} = \frac{1}{2} m v^2$ | Rotationsenergie $E_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2$ |

Nutation: Bewegung der Rotationsachse eines Kreisels um die Achse des Drehimpulses.
Kreisel: Starrer Körper, der sich um eine freie Achse dreht und dessen Achse in einem Punkt unterstützt wird.

Symmetrische Kreisel: $I_a = I_b \neq I_c$ (wobei a, b, c entsprechend drei Trägheitsachsen des Körpers sind).

Kräftefreier Kreisel: ohne Schwerkraft und andere Einflüsse ($\vec{D}_{aussen} = 0, \vec{L} = const.$).

Schwerer Kreisel: mit Schwerkraft und Unterstützungspunkt \neq Schwerpunkt.



Nutationswinkel α : $\tan(\alpha) = \frac{\omega_{\perp} I_{\perp}}{\omega_{\parallel} I_{\parallel}}$; Nutationsfrequenz: $\vec{\omega} = \omega_{\perp} \vec{e}_{\perp} + \omega_{\parallel} \vec{e}_{\parallel} = \vec{\omega}_N + \vec{\omega}_A$ ($= \frac{1}{I_{\perp}} L \vec{e}_L + \omega_{\parallel} \left(\frac{I_{\perp} - I_{\parallel}}{I_{\perp}} \right) \vec{e}_{\parallel}$)

Präzession: $\vec{D} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\omega}_{pr\ddot{a}z.} \times \vec{L}$ $\omega_{pr\ddot{a}z.} = \frac{r \cdot mg}{\omega L}$ (Richtungsänderung der Achse eines rotierenden Körpers durch äußere Kräfte)

Im allgemeinen hat man sowohl Nutation als auch Präzession.

Inertialsysteme: Bezugssysteme (S und S'), in denen das Trägheitsprinzip gilt, d.h. ein Körper, auf den keine äußere Kraft wirkt, ruht oder bewegt sich gleichförmig geradlinig relativ zu diesem Inertialsystem.

Bewegen sich dabei beide Koordinatensysteme mit konstanter Geschwindigkeit \vec{u} gegeneinander, so gilt:

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{u} \cdot t \quad , \quad \vec{F}' = \vec{F} \quad , \quad t' = t$$

und die Transformation heißt **Galilei-Transformation** (die Grundgesetze der Physik sind bei einer Galilei-Transformation invariant.)

Wird eines der Bezugssysteme relativ zum anderen **geradlinig beschleunigt**, so muss der Beobachter im beschleunigten System zur Beschreibung eine **Trägheitskraft** einführen; dies ist aber eine Scheinkraft.

Rotiert das Koordinatensystem O' um den Ursprung des Koordinatensystems O mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$, dann:

$$\vec{v} = \vec{v}' + (\vec{\omega} \times \vec{r}) \quad \vec{a}' = \vec{a} + \vec{a}_C + \vec{a}_{ZF}$$

mit Coriolisbeschleunigung: $\vec{a}_C = 2(\vec{v}' \times \vec{\omega})$ und Zentrifugalbeschleunigung: $\vec{a}_{ZF} = \vec{\omega} \times (\vec{r} \times \vec{\omega})$; welche beide wiederum Komponenten von Schein- bzw. Trägheitskräften sind.

(Lichtgeschwindigkeit ist unabhängig von der Relativgeschwindigkeit zwischen Beobachter und Lichtquelle; $c_0 = 299\,792\,458 \frac{m}{s}$)

\Rightarrow Für zwei sich gegeneinander (in x-Richtung) mit der Geschwindigkeit v bewegende Systeme O und O' ergibt sich für die Beobachtung von Objekten mit großer Geschwindigkeit ($> \frac{c}{10}$) die **Lorentz-Transformation**:

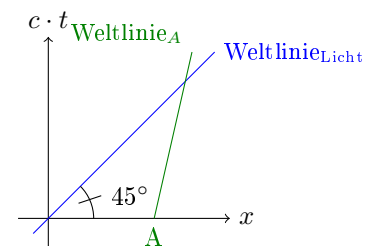
$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z$$

Für jeden Beobachter ist die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse an verschiedenen Raumpunkten abhängig vom verwendeten Bezugssystem ($v_x \neq v_{x'}$).

Minkowski-Diagramm:

Zeitachse wird mit c multipliziert, so dass beide Achsen die gleiche Dimension haben.

Längenkontraktion: Die bewegte Länge erscheint dem ruhenden Beobachter kürzer, als wenn die selbe Länge relativ zu ihm ruhte.

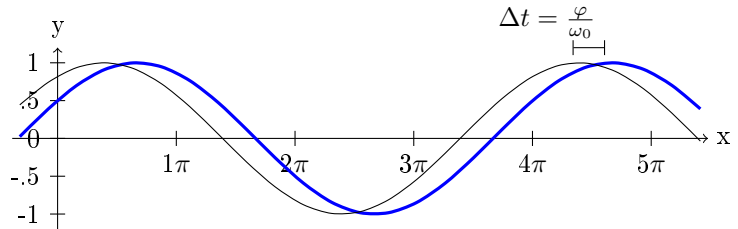


Zeitdilatation: Bewegte Uhren laufen langsamer ($\Delta t' = \gamma \cdot \Delta t$).

Da $v_{max} = c$, sind nur bestimmte Ereignisse ursächlich miteinander verknüpft.

Schwingung:

harmonischer Oszillator $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$
 mit Lösung: $x(t) = a \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi)$.
 (a = Amplitude, ω_0 = Eigenfrequenz,
 φ = Phase, $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ Schwingungsdauer)



Eine **Überlagerung** harmonischer Schwingungen gleicher Frequenz ergibt eine neue mit gleicher Frequenz, aber anderer Amplitude und Phasenverschiebung.

Überlagerung zweier Schwingungen gleicher Amplitude, aber unterschiedlicher Frequenz ergibt:

$$x(t) = 2a \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right).$$

Fourier: Jede periodische Funktion kann in Sinus- und Kosinusfunktionen zerlegt werden.

Überlagern sich zwei Schwingungen $x = a \cos(\omega_1 t + \varphi_1)$ und $y = b \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$ senkrecht zueinander, so entstehen bei $\frac{\omega_1}{\omega_2} \in \mathbb{Q}$ Lissajous-Figuren; sonst Bahnkurven, welche das gesamte Rechteck $-a \leq x \leq a, -b \leq y \leq b$ ausfüllen.

Gedämpfter Oszillator:

Bewegungsgleichung: $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ (z.B. in Flüssigkeit: Stoke'sche Reibungskraft $F_R = -6\pi\eta r\dot{x}$) mit Lösungen:
 $x(t) = e^{-\gamma t} [c_1 e^{\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t} + c_2 e^{-\sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} t}]$; wobei das Verhältnis von $\frac{\omega_0}{\gamma}$ entscheidend ist:
 Schwingfall ($\gamma < \omega_0$), Kriechfall ($\gamma > \omega_0$), aperiodischer Grenzfall ($\gamma = \omega_0$).

Erzwungene Schwingungen:

$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = K \cos(\omega t)$ mit Lösung $x(t) = A_1 e^{-\gamma t} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega t + \varphi)$ ($\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$ Frequenz des gedämpften Oszillators, ω anregende Frequenz), mit maßgeblich von dem Verhältnis $\frac{\omega}{\omega_0}$ und γ bestimmten φ und $A_{1,2}$.

gekoppelte Schwingungen:

Die gekoppelte Schwingung zweier harmonischer Schwinger lässt sich durch Überlagerung zweier harmonischer Schwingungen darstellen. \Rightarrow **Normal- / Fundamentalschwingungen** !
 Normalschwingungen kann man anregen, indem man die gekoppelten Schwinger in Phase oder gegenphasig schwingen lässt.

Wellen:

Sehr viele gekoppelte Schwinger führen zur Möglichkeit der Ausbreitung von Wellen. Diese sind sich selbst erhaltende Störungen in einem Trägermedium und von der Kopplung der einzelnen Schwinger bestimmt: $\Psi = f(x, t)$. Aufgrund der Periodizität der Welle gilt: $\Psi(x) = \Psi(x')$ mit $x' = x - vt$; woraus sich die **eindimensionale Wellengleichung** ergibt: $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \Psi = 0$.

(d'Alembert, 1747: Physikalische Wellen aller Art können als lineare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung definiert werden.)

harmonische Wellen:

$$\Psi(x, t) = A \sin(k(x - vt) + \varepsilon) = A \sin(kx - \omega t + \varepsilon)$$

| | | | |
|---------------------------------|----------------------------|-----------------------|--|
| Wellenlänge (räumliche Periode) | λ | Anfangsphase | ε |
| Frequenz (zeitliche Periode) | $\nu = \frac{1}{\tau}$ | Phase (-nwinkel) | $\varphi = kx - \omega t$ |
| Ausbreitungsgeschwindigkeit | $v = \nu \cdot \lambda$ | Phasengeschwindigkeit | $v_{Ph} = \frac{\partial x}{\partial t} \Big _{\varphi} = \frac{\frac{\partial \varphi}{\partial t} \Big _x}{\frac{\partial \varphi}{\partial x} \Big _t}$ |
| Wellenzahl | $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ | | |
| Winkelgeschwindigkeit | $\omega = 2\pi\nu$ | | |
| Schwingungsdauer | $\tau = \frac{\lambda}{v}$ | | |

In diesem Fall ergibt sich: $v_{Ph} = \frac{\omega}{k} = \nu \lambda$ (Dispersionsrelation ! \Leftrightarrow Phasengeschwindigkeit abhängig von der Wellenlänge).

Überlagern sich Wellen nur im Intervall $\Delta z \sim \frac{1}{\Delta \omega} \Rightarrow$ Wellengruppe oder Wellenpaket.

Gruppengeschwindigkeit: $v_G = \frac{d\omega}{dk} = v_{Ph} - \lambda \frac{dv_{Ph}}{d\lambda}$ (ohne Dispersion: $\frac{dv_{Ph}}{d\lambda} = 0 \rightarrow v_G = v_{Ph}$).

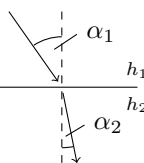
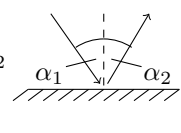
- a) ebene Wellen: einzige 3D-Wellen, die sich fortpflanzen, ohne ihr Profil zu ändern.
Punkte gleicher Phase bilden eine Ebene, die senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ist.
 $\vec{k} \cdot \vec{r} = \text{konst.}$
- b) Kugelwellen: Punktförmiger Erreger Phasenflächen = Kugelflächen $\perp \vec{r}$
 $\Psi(r, t) = \frac{A}{r} \sin(\omega t - kr)$ Amplitude nimmt mit $\frac{1}{r}$ ab
- c) Wasserwellen: an Oberfläche Mischung aus Longitudinal- und Transversalwellen (\Rightarrow Oberflächenspannung und Schwerkraft).
 $v^2 = \left(\frac{f\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda} \right) \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right)$ σ =Oberflächenspannung
 ρ =Flüssigkeitsdichte
 h = Flüssigkeitshöhe
tiefes Wasser ($h \gg \lambda \Rightarrow \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \approx 1 \Rightarrow v^2 = \frac{f\lambda}{2\pi} + \frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}$):
Schwerewellen: $\lambda > 10\text{cm}$ (\Rightarrow zweite Summand vernachlässigbar)
Rippelwellen: $\lambda < 10\text{cm}$ (\Rightarrow 1. Summand vernachlässigbar)
seichtes Wasser ($h \ll \lambda \Rightarrow \tanh\left(\frac{2\pi h}{\lambda}\right) \approx \frac{2\pi h}{\lambda} \Rightarrow v^2 = \sqrt{gh}$):
am Strand: v wird kleiner, A größer \Rightarrow Brechen der Wellen.
- d) Solitäre Wellen: Dispersion und nicht-lineare Effekte gleichen sich aus.
Karteweg-de-Vries-Gleichung: $\frac{\partial \Psi}{\partial t} + v_0 \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\Phi}{h}\right) \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{6} v_0 h \frac{\partial^3 \Psi}{\partial x^3} = 0$
 $\Rightarrow \Psi = \Psi_0 \text{sech}^2 \left(\sqrt{\frac{3\Psi_0}{4h^3}} (x - At) \right)$ mit $A = v_0 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\Psi_0}{h}\right)$.

Superpositionsprinzip: Auch die Summe zweier Lösungen der Wellengleichung ist Lösung der Wellengleichung (Interferenz!).

Kohärenz: feste Phasenbeziehung zwischen zwei interferierenden Wellenzügen (räumlich, zeitlich).
Kohärenzlänge: Länge eines ungestörten Wellenzuges zwischen zwei Phasensprüngen.

Huygen'sche Prinzip:

Alle Punkte einer Welle können als Ausgangspunkt von Elementarwellen (= Kugelwellen) aufgefasst werden. Die Einhüllende dieser überlagerten Elementarwellen ergibt die fortlaufende Welle(-nfront). Ohne Begrenzung breiten sich Wellen in isotropen Medien geradlinig aus.

Brechung:  $\frac{\sin(\alpha_1)}{\sin(\alpha_2)} = \frac{h_1 v_{Ph1}}{h_2 v_{Ph2}}$ | Reflexion: Einfallswinkel = Ausfallswinkel $\alpha_1 = \alpha_2$ 

stehende Wellen: $\Psi(z, t) = 2A \cos(\omega t) \cos(kz)$; ortsabhängige Amplitude, die sich zeitlich ändert \Rightarrow räumlich stationäres Schwingungsmuster, welches sich zeitlich ändert. Entsteht aus der geeigneten Überlagerung laufender Wellen.

Doppler-Effekt: relativ zum Empfänger bewegte Quelle \Rightarrow Änderung der Wellenlänge $\lambda = \lambda_0 - v_Q T$, also
 $\nu = \nu_0 \frac{v_{Ph}}{v_{Ph} - v_Q} = \nu_0 \frac{1}{1 - \frac{v_Q}{v_{Ph}}}$ (Dopplerverschiebung).
(Für große v_Q : $\lambda(\alpha) = \frac{1}{\nu_0} (\lambda_{Ph} - v_Q \cos(\alpha))$ und $v_{Ph} = v_Q \Rightarrow$ Kopfwelle, $v_{Ph} < v_Q \Rightarrow$ Mach'scher Kegel.)

Atome schwingen mit ihrer mittleren kinetischen Energie pro Freiheitsgrad um ihre Ruhelage. Die mittlere kinetische Energie einzelner Atome:
 $E_{kin} = \frac{1}{2} kT$, mit T Temperatur [Kelvin], $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} = 8,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{eV}}{\text{K}}$ Boltzmannkonstante.

Feste Körper kann man elastisch oder plastisch verformen (Scherung, Biegung, Drillung, Stauchung, Dehnung).

Dehnung: $F = E \cdot q \cdot \frac{\Delta L}{L}$, wenn $\Delta L \ll L$, Elastizitätsmodul $E \left[\frac{N}{m^2} \right]$ ($E_{Aluminium} = 71 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}$). Mit der Zugspannung $\sigma = \frac{F}{q}$ mit q der Querschnittsfläche und $\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}$ ergibt sich: $\sigma = E \cdot \varepsilon$.

Dabei tritt gleichzeitig eine Veränderung der Querdimension auf, so dass gilt: $\Delta V = (d + \Delta d)^2(L + \Delta L) - d^2L$, was sich mit $\mu = -\frac{\Delta d}{d} \frac{L}{\Delta L}$ (Poisson-Zahl) näherungsweise vereinfachen lässt zu: $\frac{\Delta V}{V} = \frac{\sigma}{E}(1 - 2\mu)$.

Scherung: für isotrope Körper gilt bei tangential angreifender Kraft: Schubspannung $\vec{\tau} = \frac{\vec{F}}{A} = G \cdot \alpha$ (G = Schub-, Scher- oder Torsionsmodul, α = Winkel relativ zum Ausgangszustand, A = Angriffsfläche) und $\frac{E}{2G} = 1 + \mu$.

Biegung: "Neutrale Faser" erfährt keine Längenänderung ($z_0 = 0$); oberhalb benötigt man Zugspannung(σ), unterhalb Kompressionsdruck(p), welche beide ungefähr gleich groß sind ($p \approx -\sigma \approx -\frac{E \cdot \Delta L}{z} = -|z| \frac{E}{r}$). Für das Drehmoment der wirkenden Kraft gilt dabei: $D = \frac{E \cdot d^3 \cdot b}{12r}$; und für die Durchbiegung dann: $s = -4 \frac{L^3}{E \cdot d^3 \cdot b} F_0$.

Hydrostatik:

Ideale Flüssigkeit: keine Reibungs- und Oberflächeneffekte; Moleküle sind frei verschiebbar (Schubmodul $G=0$). Daher steht die Oberfläche immer senkrecht zu einer auf sie wirkenden Kraft.

(Zylinder mit Flüssigkeit in Rotation: $F_G = m \cdot g$, $F_Z = m \cdot \omega^2 \cdot r$ und $\tan(\alpha) = \frac{F_Z}{F_G} = \frac{\omega^2 \cdot r}{g} = \frac{dz}{dr}$, woraus sich $z(r) = \frac{\omega^2}{2g} r^2 + z_0$ für die Höhe der Flüssigkeit abhängig von der Entfernung r zur Rotationsachse ergibt.)

Druck: $p = \frac{F_{\perp}}{A}$ [$Pa = \frac{N}{m^2}$] (skalare Größe) ist eine Zustandsgröße eines thermodynamischen Systems (wie Temperatur und Volumen). Die Arbeit ist: $W = \int (F) ds = \int \frac{F}{A} A ds = \int p dV$; und es gilt Energieerhaltung: $p_1 dV_1 = p_2 dV_2 \Leftrightarrow p_1 = p_2 \Rightarrow P$ ist konstant (da Flüssigkeiten stark inkompressibel sind $\Rightarrow dV_1 \approx dV_2$).

Kompressibilität: $\kappa [Pa^{-1}]$: $\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$ und Kompressionsmodul $K = \frac{1}{\kappa}$. ($\kappa_{Wasser} \approx 5 \cdot 10^{-10} \frac{1}{Pa}$)

Schweredruck / hydrostatischer Druck: $p(z) = \rho \cdot g \cdot (H - z)$ (nicht Form- oder Grundflächenabhängig!)

Auftriebskraft: $F_A = m_{Fl} \cdot g$ mit m_{Fl} der Masse der verdrängten Flüssigkeit.

Auftrieb: $F_G' = F_g - F_A = (m_k - m_{Fl}) \cdot \vec{g} = (\rho_k - \rho_{Fl}) \cdot V \cdot \vec{g}$ ("archimedisches Prinzip" (~ 250 v. Chr.))

Oberflächenspannung: $\sigma =$ spezifischer Oberflächenenergie $\varepsilon = \frac{\Delta W}{\Delta A} \left[\frac{J}{m^2} \right]$.

(Seifenblasen: $\Delta V = \Delta \left(\frac{4\pi}{3} \right) r^3 = 4\pi r^2 \Delta r$ und $\sigma = \frac{\Delta W}{\Delta A} = \frac{p \Delta V}{\Delta A} = \frac{p 4\pi r^2 \Delta r}{2 \cdot 4\pi r \Delta r} = \frac{pr}{4} \Rightarrow p(r) = \frac{4\sigma}{r}$.)

Grenzflächen:

Grenzflächenspannung σ_{ik} (spezifische Grenzflächenenergie: ε_{ik}) ist die Energie, die notwendig ist, um die Grenzfläche der Phase i gegenüber der Phase k um $1m^2$ zu vergrößern.

Für stabile Grenzflächen gilt:

1. Flüssigkeit - Gas: $\varepsilon_{ik} > 0$
2. Flüssigkeit - Flüssigkeit: $\varepsilon_{ik} > 0$
3. Feststoff - Flüssigkeit: ε_{ik} beliebig

Am Berührungspunkt der drei Phasen stellen sich alle Kräfte so ein, dass $\sum \vec{F} = 0$. Also gilt: $\sigma_{1,2} - \sigma_{1,3} + \sigma_{2,3} \cos(\varphi) = 0 \Leftrightarrow \cos(\varphi) = \frac{\sigma_{1,3} - \sigma_{1,2}}{\sigma_{2,3}}$; wobei definiert ist: $|\sigma_{1,3} - \sigma_{1,2}| \leq \sigma_{2,3}$.

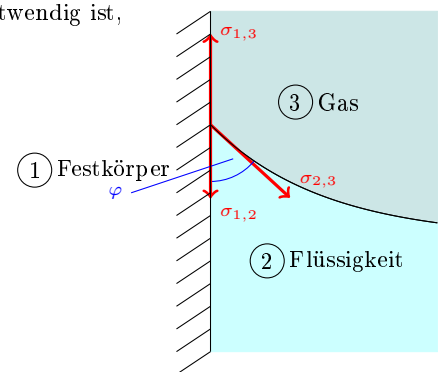
Ist $\sigma_{1,3} > \sigma_{1,2} \Rightarrow \cos(\varphi) > 0 \Rightarrow \varphi < 90^\circ$

- konkav gekrümmte Oberfläche (vgl. Zeichnung)

- energetisch günstiger, wenn Fest-Flüssig Grenzfläche zunimmt gegenüber der Fest-Gas Grenzfläche

$\sigma_{1,3} < \sigma_{1,2} \Rightarrow \cos(\varphi) < 0 \Rightarrow \varphi > 90^\circ$

- konvex gekrümmte Grenzfläche



Kapillarität:

$$F_{gesamt} = 2\sigma\pi r \cos(\varphi) = \rho\pi r^2 h g = F_{Gravitation} \Leftrightarrow h = \frac{2\sigma \cos(\varphi)}{\rho g} \cdot \frac{1}{r}$$

(Oberflächenspannung: σ ; Steighöhe: h ; Erdbeschleunigung: g ; Dichte: ρ ; Kapillarradius: r ; Flüssigkeitsspezifischer Winkel der Tangente des Flüssigkeitsspiegels am Berührungspunkt zur Gefäßwand: φ)

Gilt $\sigma_{1,3} > \sigma_{1,2}$, so ist die resultierende Kraft nach oben gerichtet; gilt $\sigma_{1,3} < \sigma_{1,2}$, so ist sie nach unten gerichtet.

Gase:

Boyle-Mariottesches Gesetz: $p \cdot V = \text{konst.}$; (T konstant!)

Kompressibilität: $\kappa = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{p}$; (T konstant!)

barometrische Höhenformel: $p(h) = p_0 e^{\left(-\frac{\rho_0 g h}{p_0} \right)}$; (T konstant; ansonsten $\frac{\rho_0}{p_0}(T)$!)

Das Archimedisches Prinzip gilt auch für Gase, nur dass der Druck exponentiell höhenabhängig ist, so dass sich ein Gleichgewicht einstellen wird (\Rightarrow Ballonfahrt).

Hydrodynamik / Aerodynamik:

- laminare Strömungen: - Reibungskraft $F_R \gg$ beschleunigenden Kräften.
- Stromfäden/-schichten bewegen sich nebeneinander, ohne sich zu durchmischen.
- turbulente Strömungen: - Reibungskraft $F_R \ll$ beschleunigenden Kräften.
- Werden durch die Reibung der Randschichten einer Flüssigkeit (eines Gases) und den begrenzenden Wänden verursacht.

Strömungen durch ein sich verengendes Rohr: Strömungsgeschwindigkeit steigt (größere kinetische Energie), statischer Druck nimmt ab (kleinere potentielle Energie).

Bei Flüssigkeiten ergibt sich dann die Bernoulli-Gleichung: $\underbrace{p}_{\text{statischer Druck}} + \underbrace{\frac{1}{2}\rho v^2}_{\text{Staudruck}} = \text{konst.} := p_0.$

Bewegung einer Platte durch eine Flüssigkeit: Ausbildung eines Geschwindigkeitsgradienten $\frac{dv}{dx}$, so dass die Reibungskraft sich wie folgt ergibt: $F = \eta A \left| \frac{dv}{dx} \right|$. (Geschwindigkeit: v ; zu v parallele Grenzfläche: A ; zu A senkrechte Richtung: x ; Viskosität (innere Reibung, dynamische Zähigkeit): $\eta \left[\frac{Ns}{m^2} = Pa \cdot s \right]$.)

laminare Strömung durch ein Rohr aufgrund einer Druckdifferenz: Hagen-Poiseuille-Gesetz: $\frac{V}{t} = \frac{\pi(p_1 - p_2)}{8\eta L} R^4$. (Länge: L ; Druckdifferenz auf L : $(p_1 - p_2)$; Durchfluss: $\frac{V}{t}$; Radius: R ; dabei bildet sich ein rotationsparaboloidisches Geschwindigkeitsprofil aus.)

Wärmelehre:

$$T [^{\circ}C, ^{\circ}K, ^{\circ}F], 0^{\circ}C = 273.15^{\circ}K = 32^{\circ}F$$

$\bar{E}_{\text{kin}} = f \frac{1}{2} k_B T$ (Freiheitsgrade: f ; Boltzmann-Konstante: k_B ; Temperatur: T ; mittlere kinetische Energie: E_{kin} .)

Gleichverteilungsgesetz: Energie verteilt sich durch Stöße gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade (nach entsprechender Zeit).

ideales Gas: $p \cdot V = N k_B T$ (Druck: p ; Volumen: V ; Temperatur: T ; Boltzmann-Konstante: k_B ; Molekülanzahl: N .)

Wärmemenge: $\Delta Q = \Delta W = \underbrace{C}_{\text{spezifische Wärme / Wärmekapazität}} M \Delta T$, C in $\left[\frac{J}{\text{mol} \cdot K} \right]$.

Zustandsgrößen:

1. Druck (isobar \Leftrightarrow Druck konstant)
2. Volumen (isochor \Leftrightarrow Volumen konstant)
3. Temperatur (isotherm \Leftrightarrow Temperatur konstant)
- (4. chemische Zusammensetzung der Moleküle)

Entropie (S): quantitatives Maß für die Unordnung;

Enthalpie (H): $H = U + pV$; Dulong-Petit-Gesetz: $C_V = 3N_A k_B \approx 25 \frac{J}{\text{mol} \cdot K}$.

erster Hauptsatz der Thermodynamik: $\Delta Q = \Delta U - \Delta W$ (Temperaturdifferenz: ΔQ ; innere Energie: ΔU ; geleistete Arbeit: ΔW .)

zweiter Hauptsatz der Thermodynamik: Die Entropie eines abgeschlossenen Systems wird nie von alleine kleiner.